

# Table des matières

<b>Chap I</b>	<b>Généralités</b>	<b>9</b>
§1	Les ensembles . . . . .	9
§2	La logique . . . . .	10
§3	Raisonnement par récurrence . . . . .	13
§4	Contre-exemple . . . . .	14
§5	Exercices corrigés . . . . .	15
§6	Corrigés des Exercices . . . . .	16
<b>Chap II</b>	<b>Fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>19</b>
§1	Continuité . . . . .	19
1.1	Généralités . . . . .	19
1.2	Continuité sur un intervalle . . . . .	24
1.3	Exercices corrigés . . . . .	29
1.4	Corrigés des Exercices . . . . .	29
§2	Dérivabilité . . . . .	32
2.1	Généralités . . . . .	32
2.2	Dérivée à droite et à gauche . . . . .	33
2.3	Approximation linéaire . . . . .	35
2.4	Dérivée logarithmique, Élasticité . . . . .	37
2.5	Théorème des accroissements finis . . . . .	38
2.6	Exercices corrigés . . . . .	42
2.7	Corrigés des Exercices . . . . .	44
§3	Optimisation des fonctions numériques . . . . .	48
3.1	Convexité et concavité . . . . .	48
3.2	Conditions d'optimalité . . . . .	54
3.3	Exercices corrigés . . . . .	59
3.4	Corrigés des Exercices . . . . .	60
§4	Développements limités . . . . .	66
4.1	Fonctions équivalentes . . . . .	66
4.2	Fonctions négligeables . . . . .	68
4.3	Développement limité d'une fonction . . . . .	69
4.4	Théorème de Taylor-Young et conséquences . . . . .	72
4.5	Opérations sur les DL . . . . .	75

4.6 Applications - Exemples . . . . .	79
Etude locale : tangente, approximation linéaire . . . . .	79
Calculs de limite . . . . .	80
Etude locale : optimisation . . . . .	81
Comportement asymptotique . . . . .	82
4.7 Exercices corrigés . . . . .	84
4.8 Corrigés des Exercices . . . . .	85
<b>Chap III Fonctions de deux variables</b>	<b>89</b>
§1 Généralités . . . . .	89
§2 Différentiabilité et dérivées partielles . . . . .	93
§3 Fonctions implicites . . . . .	100
§4 Développements limités . . . . .	103
§5 Fonctions homogènes . . . . .	106
5.1 Définition - Propriétés . . . . .	106
5.2 Forme quadratique . . . . .	107
§6 Concavité et convexité . . . . .	109
§7 Optimisation des fonctions de deux variables . . . . .	115
7.1 Définitions . . . . .	115
7.2 Optimisation sans contrainte - point intérieur . . . . .	117
Information locale . . . . .	118
Information globale . . . . .	121
7.3 Remarque sur les notations de Monge et résultats classiques	125
7.4 Optimisation avec contrainte . . . . .	126
Contrainte linéaire . . . . .	126
Contrainte linéaire : Méthode de substitution . . . . .	126
Cas général : Méthode de Lagrange . . . . .	130
Introduction au cas avec contrainte d'inégalité . . . . .	145
§8 Exercices corrigés . . . . .	146
§9 Corrigés des Exercices . . . . .	150
<b>Chap IV Les nombres complexes</b>	<b>163</b>
§1 Introduction . . . . .	163
§2 Définitions . . . . .	164
2.1 Forme algébrique . . . . .	164
2.2 Représentation graphique . . . . .	165
§3 Opérations sur les nombres complexes . . . . .	166
3.1 Addition et multiplication . . . . .	166
3.2 Extension de la notion de racine carré . . . . .	167
3.3 Inverse d'un nombre complexe non nul . . . . .	168
3.4 Nombre conjugué . . . . .	168
3.5 Module d'un nombre complexe . . . . .	169
§4 Résolution dans $\mathbb{C}$ d'équations du second degré . . . . .	170

4.1	Equation $z^2 = a + ib$ . . . . .	170
4.2	Equation $az^2 + bz + c = 0$ . . . . .	171
§5	Forme trigonométrique d'un nombre complexe . . . . .	172
5.1	Rappels de trigonométrie . . . . .	172
5.2	Argument d'un nombre complexe . . . . .	172
5.3	Ecriture trigonométrique . . . . .	174
§6	Propriétés des modules et arguments . . . . .	175
6.1	Inégalité triangulaire . . . . .	175
6.2	Module et argument d'un produit . . . . .	175
6.3	Module et argument d'un quotient . . . . .	176
§7	Forme exponentielle d'un nombre complexe . . . . .	176
7.1	Définition . . . . .	176
7.2	Règles de calcul sur les formes exponentielles . . . . .	177
7.3	Résolution de $z^2 = re^{i\theta}$ , $r > 0$ . . . . .	177
§8	Exercices corrigés . . . . .	178
§9	Corrigés des Exercices . . . . .	180
<b>Chap V</b>	<b>Les suites numériques</b>	<b>183</b>
§1	Généralités . . . . .	183
1.1	Définitions . . . . .	183
1.2	Monotonie d'une suite . . . . .	184
1.3	Représentation graphique . . . . .	186
§2	Comportement asymptotique . . . . .	187
2.1	Suites convergentes . . . . .	187
2.2	Suites divergentes . . . . .	189
2.3	Opérations sur les limites . . . . .	190
	Somme : $\lim(u_n + v_n)$ . . . . .	190
	Produit : $\lim(u_n v_n)$ . . . . .	190
	Quotient : $\lim(u_n/v_n)$ . . . . .	190
§3	Etude de la nature d'une suite . . . . .	191
3.1	Suites géométriques, Suites arithmétiques . . . . .	191
3.2	Théorèmes de comparaison et d'encadrement . . . . .	192
3.3	Suites monotones . . . . .	194
3.4	Suites adjacentes . . . . .	194
3.5	Utilisation des développements limités et des équivalents . . . . .	196
§4	Suites récurrentes . . . . .	197
4.1	Définitions . . . . .	197
4.2	Notion de point fixe . . . . .	197
4.3	Notion d'application contractante . . . . .	200
§5	Equations récurrentes affines à coefficients réels constants . . . . .	202
5.1	Ordre 1 . . . . .	202
5.2	Ordre 2 . . . . .	205

§6 Exercices corrigés . . . . .	207
§7 Corrigés des Exercices . . . . .	210
<b>Chap VI Les fractions rationnelles</b>	<b>223</b>
§1 Introduction . . . . .	223
§2 Les polynômes . . . . .	223
2.1 Polynômes irréductibles . . . . .	223
2.2 Division Euclidienne . . . . .	226
§3 Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles . . . . .	227
3.1 Pôles et éléments simples . . . . .	227
3.2 Méthodes pratiques du calcul des coefficients de la décomposition en éléments simples . . . . .	229
Pôles simples . . . . .	230
Pôles multiples . . . . .	230
Polynômes irréductibles du second degré . . . . .	231
§4 Exercices corrigés . . . . .	232
§5 Corrigés des Exercices . . . . .	232
<b>Chap VII Calcul intégral</b>	<b>235</b>
§1 Introduction . . . . .	235
§2 Intégrale de Riemann . . . . .	235
2.1 Définition . . . . .	235
2.2 Propriétés . . . . .	237
2.3 Intégration et dérivation . . . . .	238
§3 Méthodes d'intégration . . . . .	240
3.1 Primitives usuelles . . . . .	240
3.2 Intégration par parties . . . . .	241
3.3 Changement de variable . . . . .	241
§4 Exercices corrigés . . . . .	243
§5 Corrigés des Exercices . . . . .	243
<b>Chap VIII Intégrale généralisée</b>	<b>245</b>
§1 Introduction . . . . .	245
§2 Intégrale impropre . . . . .	245
2.1 Premier cas : $[a, +\infty[$ . . . . .	246
2.2 Second cas : $[a, b[, b \in \mathbb{R}$ . . . . .	247
§3 Propriétés . . . . .	248
§4 Critères de convergence et divergence . . . . .	249
§5 Exercices corrigés . . . . .	251
§6 Corrigés des Exercices . . . . .	252
<b>Index</b>	<b>256</b>