

Julien Bernis  
Laurent Bernis

# Analyse pour l'agrégation de mathématiques

40 développements



2<sup>e</sup> édition  
augmentée

ellipses

# Table des matières

<b>Changements de la seconde édition</b>	<b>5</b>
<b>I Introduction</b>	<b>9</b>
1 La préparation de l'oral . . . . .	9
2 De l'importance du développement . . . . .	10
3 Utilisation du livre . . . . .	11
4 Passage au tableau . . . . .	13
5 Des développements « version tableau » . . . . .	14
6 Couplages des leçons et développements . . . . .	21
7 Notations employées . . . . .	27
<b>II Les développements</b>	<b>29</b>
1 Théorème d'Ascoli . . . . .	29
2 Théorèmes de Banach-Alaoglu . . . . .	33
3 Théorème de Montel et application . . . . .	37
4 Moyenne circulaire sur le cercle unité . . . . .	42
5 Compacts dans les espaces de Banach . . . . .	50
6 Théorème d'Hadamard-Lévy . . . . .	57
7 Théorèmes d'Abel et de Tauber faible . . . . .	63
8 Théorème de Bernstein-Valiron . . . . .	69
9 Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire . . . . .	73
10 Contrôlabilité d'un système linéaire . . . . .	78
11 Caractérisation de $\Gamma$ par log-convexité . . . . .	89
12 Formule des compléments . . . . .	96
13 Inégalité isopérimétrique . . . . .	103
14 Inégalité de Hardy . . . . .	108
15 Équation de la chaleur sur un segment . . . . .	114
16 Résolution d'une É.D.P.E. . . . .	120
17 Espace de Bergman . . . . .	126
18 Théorème de Grothendieck . . . . .	131

19	Théorème de Chudnovsky . . . . .	136
20	Théorèmes de point fixe compact . . . . .	143
21	Suites définies par récurrence . . . . .	150
22	Méthode du gradient à pas optimal . . . . .	159
23	Stabilité des systèmes newtoniens . . . . .	166
24	Théorème de Cartan-von Neumann . . . . .	173
25	Une suite de Fibonacci aléatoire . . . . .	179
26	Problème de la fortune du joueur . . . . .	186
27	Limite de variables aléatoires gaussiennes . . . . .	193
28	Théorème central limite . . . . .	200
29	Inégalité de Hoeffding . . . . .	209
30	Séries de Fourier des fonctions continues . . . . .	218
31	Formules de Poisson et Shannon . . . . .	225
32	Principe d'incertitude suédois . . . . .	231
33	Fonctions continues nulle part dérivables . . . . .	241
34	Applications de la formule des compléments . . . . .	253
35	Méthodes de calcul de l'intégrale de Dirichlet . . . . .	261
36	Inversion de Fourier en valeur principale . . . . .	267
37	Comportement des intégrales de Borwein . . . . .	276
38	Nombre de relations d'équivalence . . . . .	285
39	Ellipsoïde de John-Loewner . . . . .	290
40	Théorème de Carathéodory et applications . . . . .	300
41	Égalité des accroissements finis vectorielle . . . . .	310
<b>III Résultats complémentaires</b>		<b>321</b>
1	Procédé d'extraction diagonale . . . . .	321
2	Théorème de Heine, cas équicontinu . . . . .	322
3	Topologie de la convergence compacte . . . . .	323
4	Polynômes de Tchebychev . . . . .	325
5	Lemmes de Borel-Cantelli . . . . .	327
6	Existence de partitions continues de l'unité . . . . .	330
7	Un résultat « vitrine » de l'analyse . . . . .	331
8	Compléments sur Cartan-von Neumann . . . . .	332
9	Théorème de Lax-Milgram . . . . .	338
10	$H^1(]0, 1[)$ , $H_0^1(]0, 1[)$ et inégalité de Poincaré . . . . .	340
11	Prolongement d'applications uniformément continues . . . . .	346
12	Des applications du théorème de Bohr-Mollerup . . . . .	350
13	Stabilité de systèmes différentiels linéaires . . . . .	355
14	Ellipsoïde de John de centre libre . . . . .	359
15	Sommation d'Abel des séries de Fourier . . . . .	363
<b>Références bibliographiques</b>		<b>371</b>
<b>Traductions des citations</b>		<b>375</b>
<b>Index</b>		<b>377</b>