

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Notions de base en mathématiques</b>	<b>3</b>
1.1	Eléments de logique mathématique	3
1.1.1	Négation	4
1.1.2	Et, ou	4
1.1.3	Equivalence	5
1.1.4	Implication	5
1.1.5	Le raisonnement par l'absurde	8
1.2	Les ensembles	8
1.2.1	Notion d'ensemble	8
1.2.2	Opérations sur les ensembles	10
1.2.3	Produit cartésien	11
1.2.4	Quantificateurs	12
1.3	Relations	13
1.3.1	Relations d'équivalence	15
1.3.2	Relations d'ordre	16
1.4	Fonctions, applications	17
1.4.1	Fonctions	17
1.4.2	Applications	19
1.4.3	Injections, surjections, bijections	20
1.4.4	Application réciproque d'une bijection	21
1.5	Lois de composition interne et externe	23
1.5.1	Notion de loi de composition interne	23
1.5.2	Propriétés d'une loi de composition interne	24
1.5.3	Structure de groupe	26
1.5.4	Structure d'anneau	27
1.5.5	Structure de corps	29
1.5.6	Notion de loi de composition externe	30
1.5.7	Structure d'espace vectoriel	30
1.6	Exercices	31
<b>2</b>	<b>Géométrie plane</b>	<b>35</b>
2.1	Le plan affine $P$	35
2.1.1	Premier axiome	35
2.1.2	Deuxième axiome	36
2.1.3	Troisième axiome	37
2.1.4	Quatrième axiome	38

2.1.5	Cinquième axiome . . . . .	41
2.1.6	Milieu d'un bipoint . . . . .	42
2.1.7	Symétrie centrale . . . . .	44
2.1.8	Symétrie axiale . . . . .	45
2.1.9	Sixième axiome . . . . .	45
2.1.10	Le théorème de Thalès . . . . .	48
2.1.11	Relation d'équipollence . . . . .	52
2.1.12	Définition d'un vecteur . . . . .	54
2.1.13	Somme de deux vecteurs . . . . .	55
2.1.14	Multiplication d'un vecteur par un réel . . . . .	56
2.1.15	Structure de $\mathcal{V}$ et structure d'espace affine de $P$ . . . . .	59
2.1.16	Caractérisations vectorielles du milieu d'un bipoint . . . . .	60
2.1.17	Vecteurs colinéaires . . . . .	60
2.2	Géométrie analytique dans le plan affine . . . . .	62
2.2.1	Repère cartésien de $P$ , base de $\mathcal{V}$ . . . . .	63
2.2.2	Propriétés des coordonnées . . . . .	64
2.2.3	Représentations paramétriques d'une droite . . . . .	66
2.2.4	Equations cartésiennes d'une droite . . . . .	66
2.2.5	Equation réduite d'une droite . . . . .	67
2.2.6	Caractérisation des demi-plans . . . . .	69
2.3	Exercices . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Produit scalaire usuel du plan</b> . . . . .	<b>73</b>
3.1	Structure euclidienne de $P$ . . . . .	73
3.1.1	Septième axiome . . . . .	73
3.1.2	Rapport de projection orthogonale . . . . .	74
3.1.3	Huitième axiome . . . . .	75
3.1.4	Norme d'un vecteur . . . . .	75
3.1.5	Produit scalaire usuel de $P$ . . . . .	76
3.1.6	Vecteurs orthogonaux . . . . .	77
3.1.7	Propriétés du produit scalaire . . . . .	78
3.1.8	Structure euclidienne de $\mathcal{V}$ et de $P$ . . . . .	79
3.1.9	Carré scalaire . . . . .	81
3.1.10	Inégalité de Cauchy-Schwarz . . . . .	82
3.1.11	Notion d'espace vectoriel normé . . . . .	83
3.2	Bases orthonormées de $\mathcal{V}$ , repères orthonormés de $P$ . . . . .	85
3.2.1	Définitions . . . . .	85
3.2.2	Expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée . . . . .	85
3.2.3	Cercle . . . . .	86
3.2.4	Equations cartésiennes d'un cercle . . . . .	87
3.2.5	Vecteur normal à une droite . . . . .	88
3.2.6	Application à la détermination d'une équation de droite, le plan étant rapporté à un repère orthonormé . . . . .	89
3.2.7	Application à la caractérisation de droites parallèles, perpendiculaires . . . . .	90

3.2.8	Distance d'un point à une droite . . . . .	90
3.3	Angles orientés de demi-droites . . . . .	92
3.3.1	Propriétés admises . . . . .	92
3.3.2	Arcs orientés sur un cercle de rayon 1 . . . . .	93
3.3.3	Angles de demi-droites . . . . .	94
3.3.4	Somme des angles orientés de demi-droites . . . . .	96
3.4	Angles orientés de vecteurs non nuls . . . . .	97
3.4.1	Angles de vecteurs non nuls . . . . .	97
3.4.2	Somme de deux angles orientés de vecteurs . . . . .	98
3.4.3	Orientation du plan . . . . .	99
3.4.4	Mesures d'un angle orienté de vecteurs non nuls . . . . .	99
3.5	Angles orientés de droites . . . . .	102
3.6	Fonctions trigonométriques . . . . .	104
3.6.1	Cercle trigonométrique . . . . .	104
3.6.2	Sinus et cosinus d'un réel . . . . .	105
3.7	Exercices . . . . .	107

## **Géométrie de l'espace** **109**

4.1	Droites et plans de l'espace . . . . .	109
4.1.1	Droites de l'espace . . . . .	109
4.1.2	Plans de l'espace . . . . .	109
4.1.3	Positions relatives de deux droites de l'espace . . . . .	111
4.1.4	Positions relatives d'une droite et d'un plan . . . . .	112
4.1.5	Positions relatives de deux plans . . . . .	113
4.2	Droites et plans parallèles . . . . .	115
4.3	Projections dans l'espace . . . . .	120
4.3.1	Définition et propriétés . . . . .	120
4.3.2	Perspective cavalière . . . . .	122
4.4	Symétries de l'espace . . . . .	123
4.5	Théorèmes de Thalès dans l'espace . . . . .	123
4.6	Vecteurs de l'espace . . . . .	125
4.7	Repères cartésiens de $E$ . . . . .	128
4.7.1	Vecteurs non coplanaires . . . . .	128
4.7.2	Repère cartésien de $E$ . . . . .	130
4.8	Caractérisations des plans de $E$ . . . . .	130
4.8.1	Caractérisations vectorielles . . . . .	130
4.8.2	Représentations paramétriques . . . . .	131
4.8.3	Equations cartésiennes d'un plan . . . . .	132
4.9	Caractérisations des droites de $E$ . . . . .	133
4.9.1	Caractérisations vectorielles . . . . .	133
4.9.2	Représentations paramétriques . . . . .	134
4.10	Exercices . . . . .	135

<b>5</b>	<b>Les nombres complexes</b>	<b>137</b>
5.1	Le corps $\mathbf{C}$ des nombres complexes	137
5.1.1	Définitions	137
5.1.2	Forme algébrique d'un nombre complexe	138
5.1.3	Calculs dans $\mathbf{C}$	139
5.1.4	Conjugué d'un nombre complexe	140
5.1.5	Module d'un nombre complexe	141
5.2	Interprétation géométrique des nombres complexes	141
5.2.1	Nombres complexes et points du plan	141
5.2.2	Nombres complexes et vecteurs du plan	142
5.2.3	Inégalité triangulaire	143
5.3	Forme trigonométrique d'un nombre complexe	143
5.3.1	Arguments et forme trigonométrique	143
5.3.2	Interprétation géométrique des arguments	145
5.3.3	Arguments d'un produit	146
5.3.4	Notation exponentielle des nombres complexes	148
5.4	Racines $n$ – ièmes d'un nombre complexe	148
5.4.1	Racines $n$ – ièmes de l'unité	149
5.4.2	Points images des racines $n$ – ièmes de l'unité	150
5.4.3	Somme des racines $n$ – ièmes de l'unité	151
5.4.4	Racines $n$ – ièmes d'un nombre complexe non nul	151
5.4.5	Racines carrées d'un nombre complexe non nul	152
5.4.6	Application : équations du second degré	152
5.5	Exercices	154
<b>6</b>	<b>Polynômes et fractions rationnelles</b>	<b>157</b>
6.1	Polynômes formels	157
6.1.1	Définitions	157
6.1.2	Opérations dans $K[X]$	158
6.1.3	Effets sur les degrés	160
6.2	Divisions dans $K[X]$	161
6.2.1	Multiples et diviseurs	161
6.2.2	Division euclidienne	161
6.2.3	Division suivant les puissances croissantes de $X$	163
6.3	Racines d'un polynôme	165
6.3.1	Fonction polynôme	165
6.3.2	Racines d'un polynôme	165
6.3.3	Polynômes et fonctions polynômes	168
6.3.4	Ordre de multiplicité d'une racine	169
6.4	Relations entre racines et coefficients	169
6.5	Factorisation dans $\mathbf{C}[X]$ et dans $\mathbf{R}[X]$	171
6.5.1	Théorème de d'Alembert	171
6.5.2	Polynôme irréductible	172
6.5.3	Polynômes irréductibles de $\mathbf{C}[X]$	172
6.5.4	Polynômes irréductibles de $\mathbf{R}[X]$	172
6.6	Equations du troisième degré à coefficients réels	174

6.6.1	Transformation du problème . . . . .	175
6.6.2	Réduction du système ( $S_1$ ) . . . . .	176
6.6.3	Résolution du système ( $S_2$ ) . . . . .	176
6.6.4	Résolution de l'équation 6.4 . . . . .	177
6.6.5	Résolution dans $\mathbf{R}$ . . . . .	178
6.7	Fractions rationnelles, fonctions rationnelles . . . . .	179
6.7.1	Fraction rationnelle . . . . .	179
6.7.2	Racine (ou zéro) et pôle d'une fraction rationnelle . . . . .	181
6.7.3	Fonction rationnelle . . . . .	181
6.7.4	Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples . . . . .	182
6.8	Exercices . . . . .	187
<b>7</b>	<b>Les coniques</b> . . . . .	<b>189</b>
7.1	Généralités . . . . .	189
7.1.1	Définition monofocale . . . . .	189
7.1.2	Axe focal . . . . .	190
7.1.3	Sommets d'une conique . . . . .	190
7.1.4	Paramètre d'une conique . . . . .	191
7.1.5	Intérieur, extérieur d'une conique . . . . .	192
7.2	Coniques d'excentricité $e = 1$ . . . . .	192
7.2.1	Parabole . . . . .	192
7.2.2	Tracé point par point . . . . .	193
7.2.3	Equation réduite . . . . .	194
7.2.4	Tracé d'une parabole . . . . .	195
7.2.5	Représentation paramétrique, tangentes . . . . .	196
7.3	Coniques d'excentricité $e < 1$ . . . . .	197
7.3.1	Equation réduite d'une ellipse . . . . .	197
7.3.2	Réciproquement . . . . .	200
7.3.3	Symétries, grand axe, petit axe d'une ellipse . . . . .	201
7.3.4	Tracé de l'ellipse . . . . .	202
7.3.5	Représentation paramétrique . . . . .	202
7.3.6	Tangentes à une ellipse . . . . .	204
7.4	Coniques d'excentricité $e > 1$ . . . . .	205
7.4.1	Equation réduite d'une hyperbole . . . . .	205
7.4.2	Réciproquement . . . . .	207
7.4.3	Symétries d'une hyperbole . . . . .	208
7.4.4	Tracé d'une hyperbole . . . . .	208
7.4.5	Représentation paramétrique d'une hyperbole . . . . .	210
7.4.6	Tangentes à une hyperbole . . . . .	210
7.4.7	Equation d'une hyperbole rapportée à ses asymptotes . . . . .	211
7.5	Exercices . . . . .	214
<b>8</b>	<b>Algèbre Linéaire</b> . . . . .	<b>217</b>
8.1	Espaces vectoriels sur $K$ . . . . .	217
8.1.1	Définition de la structure . . . . .	217
8.1.2	Exemples . . . . .	218

8.1.3	Sous-espace vectoriel . . . . .	220
8.1.4	Exemples . . . . .	221
8.1.5	Intersection de sous-espaces vectoriels . . . . .	221
8.2	Sous-espace engendré, famille génératrice . . . . .	222
8.2.1	Sous-espace engendré par une partie de $E$ . . . . .	222
8.2.2	Famille de vecteurs . . . . .	222
8.2.3	Combinaison linéaire . . . . .	223
8.2.4	Famille génératrice . . . . .	225
8.2.5	Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	226
8.3	Famille libre, famille liée . . . . .	227
8.3.1	Un problème d'unicité . . . . .	227
8.3.2	Famille libre, famille liée. . . . .	227
8.4	Bases, dimension en dimension finie . . . . .	231
8.4.1	Base . . . . .	231
8.4.2	Existence de bases pour un espace $E$ non nul et de dimension finie . . . . .	234
8.5	Dimension d'un espace de dimension finie . . . . .	235
8.5.1	Notion de dimension . . . . .	235
8.5.2	Dimension des sous-espaces d'un espace de dimension finie . . . . .	237
8.5.3	Rang d'une famille de vecteurs . . . . .	238
8.6	Sous-espaces vectoriels supplémentaires . . . . .	238
8.6.1	Somme de deux sous-espaces . . . . .	238
8.6.2	Somme directe de sous-espaces . . . . .	239
8.6.3	Sous-espaces supplémentaires . . . . .	240
8.7	Applications linéaires . . . . .	241
8.7.1	Définitions. Premières propriétés . . . . .	241
8.7.2	Exemples, contre-exemples . . . . .	242
8.8	Opérations entre applications linéaires . . . . .	244
8.8.1	L'ensemble $L(E, F)$ . . . . .	244
8.8.2	Composition d'applications linéaires . . . . .	244
8.9	Image, noyau . . . . .	245
8.9.1	Image d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire . . . . .	245
8.9.2	Image réciproque d'un sous-espace vectoriel de $F$ . . . . .	246
8.9.3	Surjectivité, injectivité d'une application linéaire . . . . .	247
8.9.4	Réciproque d'un isomorphisme. Groupe linéaire de $E$ . . . . .	248
8.10	Cas d'un espace de dimension finie . . . . .	249
8.10.1	Propriété fondamentale . . . . .	249
8.10.2	Isomorphisme de $\text{Im } f$ avec tout supplémentaire de $\ker f$ . . . . .	252
8.10.3	Formes linéaires sur $E$ . . . . .	253
8.11	Matrice d'un morphisme en dimensions fines . . . . .	254
8.11.1	Matrice d'une application linéaire . . . . .	254
8.11.2	Matrice de $f + g$ , de $\lambda f$ . . . . .	256
8.11.3	Matrice de $g \circ f$ . . . . .	257
8.12	Ensemble des matrices $(n, p)$ . . . . .	258
8.12.1	Structure de $\mathcal{M}_{n,p}(K)$ . . . . .	258
8.12.2	Isomorphisme entre $L(E, F)$ et $\mathcal{M}_{np}(K)$ . . . . .	259

8.12.3	Matrice transposée . . . . .	259
8.13	Ensemble des matrices carrées d'ordre $n$ . . . . .	260
8.13.1	Structure . . . . .	260
8.13.2	Eléments inversibles de $\mathcal{M}_n(K)$ . . . . .	261
8.13.3	Etude du cas $n = 2$ . . . . .	261
8.14	Exercices . . . . .	262
<b>9</b>	<b>Systèmes linéaires</b> . . . . .	<b>265</b>
9.1	Généralités . . . . .	265
9.1.1	Terminologie . . . . .	265
9.1.2	Systèmes équivalents . . . . .	266
9.2	Différentes interprétations d'un système . . . . .	266
9.2.1	Une combinaison linéaire de vecteurs . . . . .	266
9.2.2	Une application linéaire . . . . .	268
9.2.3	Equation matricielle . . . . .	269
9.2.4	Bilan . . . . .	269
9.3	Méthode du pivot de Gauss . . . . .	270
9.3.1	Transformations élémentaires . . . . .	270
9.3.2	Algorithme . . . . .	271
9.4	Systèmes de deux équations à deux inconnues . . . . .	275
9.5	Exercices . . . . .	278
<b>10</b>	<b>Barycentres</b> . . . . .	<b>279</b>
10.1	Fonction vectorielle de Leibniz . . . . .	279
10.2	Barycentre . . . . .	280
10.2.1	Définition . . . . .	280
10.2.2	Propriété fondamentale du barycentre . . . . .	281
10.2.3	Propriétés du barycentre . . . . .	283
10.2.4	Les barycentres de deux points . . . . .	285
10.2.5	Les barycentres de trois points . . . . .	286
10.2.6	Isobarycentre . . . . .	287
10.3	Fonction scalaire de Leibniz . . . . .	288
10.3.1	Fonction scalaire de Leibniz . . . . .	288
10.3.2	Cas d'un système de masse totale non nulle . . . . .	289
10.3.3	Cas d'un système de masse totale nulle . . . . .	289
10.3.4	Deux cas particuliers . . . . .	290
10.4	Lignes de niveau dans le plan $P$ . . . . .	291
10.4.1	Notion de ligne de niveau d'une fonction . . . . .	291
10.4.2	Lignes de niveau d'une première fonction $f$ . . . . .	291
10.4.3	Lignes de niveau de la fonction $\psi$ . . . . .	292
10.5	Exercices . . . . .	295
<b>11</b>	<b>Applications affines</b> . . . . .	<b>297</b>
11.1	Projections du plan $P$ . . . . .	297
11.1.1	Image et invariants d'une projection plane . . . . .	297
11.1.2	Conservation des barycentres . . . . .	298

11.2	Translations du plan ou de l'espace . . . . .	299
11.2.1	Points invariants . . . . .	299
11.2.2	Composition de translations . . . . .	300
11.2.3	Caractérisation vectorielle d'une translation . . . . .	300
11.3	Homothéties . . . . .	304
11.3.1	Ensemble des points invariants . . . . .	304
11.3.2	Composition d'homothéties de même centre . . . . .	304
11.3.3	Caractérisation vectorielle d'une homothétie . . . . .	305
11.3.4	Ensemble des homothéties-translations . . . . .	309
11.4	Applications affines . . . . .	310
11.4.1	Définition, premières propriétés . . . . .	310
11.4.2	Image d'une droite . . . . .	311
11.4.3	Image d'un segment, d'une demi-droite . . . . .	312
11.4.4	Image d'un plan . . . . .	313
11.4.5	Applications affines du plan $P$ , de l'espace $E$ . . . . .	313
11.4.6	Application vectorielle associée . . . . .	314
11.4.7	Caractérisation analytique d'une application affine du plan, de l'espace . . . . .	315
11.5	Affinités orthogonales du plan . . . . .	318
11.5.1	Points invariants . . . . .	318
11.5.2	Composée de deux affinités de même axe . . . . .	318
11.5.3	Bijektivité . . . . .	319
11.5.4	Expression analytique dans un repère lié à l'axe . . . . .	319
11.5.5	Image d'un cercle centré sur l'axe . . . . .	320
11.6	Exercices . . . . .	321
<b>12</b>	<b>Isométries - Etude des isométries planes</b>	<b>323</b>
12.1	Notion d'isométrie de $\mathcal{E}$ . . . . .	323
12.1.1	Composée de deux isométries de $\mathcal{E}$ . . . . .	323
12.1.2	Injectivité . . . . .	324
12.2	Invariants par une isométrie . . . . .	324
12.2.1	Conservation du milieu . . . . .	324
12.2.2	Conservation du produit scalaire . . . . .	325
12.2.3	Conservation des barycentres . . . . .	325
12.3	Effet sur un repère orthonormé. Bijektivité . . . . .	326
12.3.1	Effet sur un repère orthonormé de $\mathcal{E}$ . . . . .	326
12.3.2	Bijektivité. Réciproque d'une isométrie . . . . .	327
12.3.3	Groupe des isométries de $\mathcal{E}$ . . . . .	328
12.4	Isométries planes . . . . .	328
12.4.1	Réflexion plane . . . . .	328
12.4.2	Effet d'une réflexion sur les angles orientés . . . . .	330
12.5	Décomposition en produit de réflexions . . . . .	332
12.5.1	Isométrie plane admettant trois points invariants non alignés . . . . .	332
12.5.2	Isométrie, distincte de $Id_P$ , admettant deux points distincts invariants . . . . .	332
12.5.3	Isométrie admettant un unique point fixe . . . . .	333

12.5.4	Décomposition des isométries avec des réflexions . . . . .	333
12.6	Nature des déplacements de $P$ . . . . .	334
12.6.1	Composée de deux réflexions d'axes parallèles . . . . .	334
12.6.2	Composée de deux réflexions d'axes sécants . . . . .	335
12.6.3	Décomposition d'une rotation . . . . .	336
12.6.4	Ensemble des déplacements du plan . . . . .	336
12.6.5	Nature de la composée de deux déplacements . . . . .	337
12.6.6	Déplacement caractérisé par la donnée d'un point et son image	338
12.6.7	Expression complexe des déplacements du plan . . . . .	338
12.7	Exercices . . . . .	340
12.8	Problème : une étude du cercle . . . . .	341
<b>13</b>	<b>Similitudes planes directes</b> . . . . .	<b>343</b>
13.1	Composée d'une homothétie et d'une rotation . . . . .	344
13.1.1	Effet sur les distances, les angles . . . . .	344
13.1.2	Effet sur les barycentres . . . . .	344
13.1.3	Réduction au cas $\lambda > 0$ . . . . .	345
13.1.4	Cas particulier où $r$ et $h$ ont même centre $\Omega$ . . . . .	345
13.2	Similitude plane directe . . . . .	346
13.2.1	Définition . . . . .	346
13.2.2	Composée de deux similitudes planes directes . . . . .	347
13.2.3	Décomposition d'une similitude plane directe . . . . .	347
13.2.4	Groupe des similitudes directes . . . . .	348
13.2.5	Angle d'une similitude plane directe . . . . .	348
13.2.6	Figures directement semblables . . . . .	351
13.2.7	Similitudes indirectes . . . . .	351
13.3	Similitude directe et application complexe . . . . .	352
13.3.1	Expression complexe d'une similitude directe . . . . .	352
13.3.2	Application ponctuelle associée à $z \mapsto az + b, a \neq 0$ . . . . .	353
13.3.3	Similitude directe définie par la donnée d'un bipoint et son image . . . . .	354
13.3.4	Points invariants d'une similitude directe . . . . .	354
13.3.5	Forme réduite d'une similitude plane directe . . . . .	355
13.4	Exercices . . . . .	356
<b>14</b>	<b>Produit scalaire de l'espace</b> . . . . .	<b>359</b>
14.1	Droites orthogonales . . . . .	359
14.2	Droites et plans orthogonaux . . . . .	360
14.2.1	Définition et premières propriétés . . . . .	360
14.2.2	Plans orthogonaux à une même droite . . . . .	361
14.2.3	Droites orthogonales à un même plan . . . . .	362
14.2.4	Caractérisation . . . . .	362
14.2.5	Plan orthogonal à une droite donnée et passant par un point donné . . . . .	364
14.2.6	Droite orthogonale à un plan donné et passant par un point donné . . . . .	364

14.2.7	Vecteur normal à un plan . . . . .	365
14.3	Projections orthogonales . . . . .	366
14.4	Produit scalaire usuel de l'espace . . . . .	367
14.4.1	Définition et premières propriétés . . . . .	367
14.4.2	Propriété d'additivité . . . . .	368
14.4.3	Carré scalaire, norme . . . . .	369
14.4.4	Vecteurs orthogonaux . . . . .	370
14.4.5	Plans perpendiculaires . . . . .	372
14.5	Repères orthonormés de $E$ . . . . .	373
14.5.1	Base orthonormée de $\mathcal{W}$ , repère orthonormé de $E$ . . . . .	373
14.5.2	Expression du produit scalaire et de la norme relativement à une base orthonormée de $\mathcal{W}$ . . . . .	373
14.5.3	Equation cartésienne d'une sphère . . . . .	374
14.5.4	Equation cartésienne d'un plan . . . . .	374
14.5.5	Parallélisme, perpendicularité de deux plans . . . . .	375
14.5.6	Distance d'un point à un plan de $E$ . . . . .	376
14.6	Produit vectoriel dans l'espace orienté . . . . .	376
14.6.1	Orientation physique de l'espace . . . . .	376
14.6.2	Orientation d'un plan par un vecteur normal . . . . .	378
14.6.3	Produit vectoriel . . . . .	378
14.6.4	Autre expression du produit vectoriel . . . . .	378
14.6.5	Coordonnées dans une base orthonormée directe . . . . .	380
14.6.6	Applications . . . . .	380
14.7	Exercices . . . . .	381
<b>15</b>	<b>Exemples d'isométries de l'espace</b> . . . . .	<b>383</b>
15.1	Isométries de l'espace . . . . .	383
15.1.1	Généralités . . . . .	383
15.1.2	Caractérisation de $Id_E$ . . . . .	384
15.2	Réflexions de l'espace . . . . .	384
15.2.1	Définition . . . . .	384
15.2.2	Caractérisation des réflexions de $E$ . . . . .	386
15.2.3	Expression analytique dans un repère orthonormé lié au plan de réflexion . . . . .	386
15.2.4	Effet d'une réflexion sur l'orientation . . . . .	387
15.2.5	Droites et plans globalement invariants par une réflexion . . . . .	388
15.3	Composée de deux réflexions de l'espace . . . . .	389
15.3.1	Composée de deux réflexions de plans parallèles . . . . .	389
15.3.2	Composée de deux réflexions de plans sécants . . . . .	390
15.4	Rotation de l'espace . . . . .	391
15.4.1	Définition . . . . .	391
15.4.2	Décomposition d'une rotation . . . . .	392
15.4.3	Points invariants par une rotation de l'espace . . . . .	393
15.4.4	Isométries de l'espace dont l'ensemble des points invariants est une droite . . . . .	393
15.5	Déplacements de l'espace . . . . .	394

15.5.1	Définition . . . . .	394
15.5.2	Composée d'une translation et d'une rotation . . . . .	395
15.5.3	Vissage . . . . .	396
15.5.4	Composées de rotations et de translations . . . . .	396
15.6	Exercices . . . . .	399
<b>16</b>	<b>Eléments de correction des exercices</b>	<b>401</b>
16.1	Notions de base . . . . .	401
16.2	Géométrie plane . . . . .	404
16.3	Produit scalaire du plan . . . . .	409
16.4	Géométrie de l'espace . . . . .	411
16.5	Nombres complexes . . . . .	415
16.6	Polynômes et fractions rationnelles . . . . .	420
16.7	Coniques . . . . .	424
16.8	Algèbre linéaire . . . . .	430
16.9	Systèmes linéaires . . . . .	437
16.10	Barycentres . . . . .	439
16.11	Applications affines . . . . .	443
16.12	Isométries . . . . .	445
16.13	Similitudes planes . . . . .	450
16.14	Produit scalaire de l'espace . . . . .	454
16.15	Isométries de l'espace . . . . .	457