

TABLE DES MATIÈRES

Préface	1
1 Logique et théorie des ensembles	5
1.1 Un aperçu de la théorie des ensembles	5
1.2 Quelques notions de logique	8
1.3 Les démonstrations en mathématiques	13
1.4 L'induction mathématique	15
2 Algèbre	19
2.1 Les nombres réels	19
2.2 Les puissances entières	22
2.3 Les règles de calcul algébrique	27
2.4 Les fractions	31
2.5 Les exposants fractionnaires	34
2.6 Les inégalités	39
2.7 Les intervalles et les valeurs absolues	43
2.8 Les tableaux de signes	46
2.9 Le symbole Σ de sommation	48
2.10 Règles de calcul avec des sommes	51
2.11 La formule du binôme de Newton	54
2.12 Les doubles sommes	57

3	La résolution d'équations	63
3.1	Comment résoudre des équations simples	63
3.2	Les équations et leurs paramètres	66
3.3	Équations du second degré	68
3.4	Système de deux équations du premier degré à deux inconnues	72
4	Les fonctions d'une variable	75
4.1	Introduction	75
4.2	Définitions	77
4.3	Les graphiques des fonctions	83
4.4	Les fonctions du premier degré	86
4.5	Les modèles linéaires	93
4.6	Les fonctions du deuxième degré	97
4.7	Les polynômes	105
4.8	Les fonctions puissances	113
4.9	Les fonctions exponentielles	115
4.10	Les fonctions logarithmes	120
5	Les propriétés des fonctions	131
5.1	Transformations des graphiques	131
5.2	De nouvelles fonctions à partir d'anciennes	137
5.3	Les fonctions réciproques	141
5.4	Les représentations graphiques d'équations	148
5.5	La distance dans le plan	152
5.6	Les fonctions en général	156
6	La dérivation	161
6.1	Les pentes des courbes	161
6.2	Les tangentes et les dérivées	163
6.3	Les fonctions croissantes et décroissantes	170
6.4	Applications en économie	172
6.5	Une brève introduction aux limites	176
6.6	Les règles simples de dérivation	182
6.7	La dérivation des sommes, produits et quotients	187
6.8	La dérivation d'une fonction composée	194
6.9	Les dérivées d'ordre supérieur	200
6.10	La dérivée des fonctions exponentielles	202
6.11	La dérivée des fonctions logarithmes	207

7	Les dérivées en action	215
7.1	La dérivation implicite	216
7.2	Des exemples économiques	223
7.3	Dérivée de la fonction réciproque	227
7.4	Les approximations du premier degré	231
7.5	Les approximations polynomiales	236
7.6	La formule de Taylor	240
7.7	Élasticité	244
7.8	La continuité	249
7.9	Approfondissement des limites	255
7.10	Théorème des valeurs intermédiaires	265
7.11	Les suites infinies	270
7.12	La règle de l'Hospital	273
8	Fonctions concaves et convexes	283
8.1	Approche intuitive	283
8.2	Définitions	285
8.3	Propriétés générales	294
8.4	Tests de la dérivée première	297
8.5	Tests de la dérivée seconde	301
8.6	Points d'inflexion	305
9	Optimisation	311
9.1	Valeurs extrêmes	311
9.2	Des tests simples pour les valeurs extrêmes	314
9.3	Exemples économiques	319
9.4	Théorèmes des bornes atteintes et des accroissements finis	325
9.5	D'autres exemples économiques	332
9.6	Les extrema locaux	336
10	Intégration	345
10.1	Primitives	345
10.2	Aires et intégrales définies	352
10.3	Propriétés des intégrales définies	359
10.4	Applications en science économique	363
10.5	L'intégration par parties	371
10.6	L'intégration par substitution	374
10.7	Intégrales impropres	381

11	Mathématiques financières et modèles dynamiques	391
11.1	Les périodes d'intérêt et les taux équivalents	391
11.2	Capitalisation continue	395
11.3	La valeur actuelle	398
11.4	Les séries géométriques	400
11.5	La valeur actuelle d'une annuité	406
11.6	Le remboursement des prêts hypothécaires	411
11.7	Taux de rendement interne	416
11.8	Un coup d'œil aux équations aux différences finies	418
11.9	Notions de bases sur les équations différentielles	422
11.10	Équations différentielles linéaires à variables séparées	430
12	Algèbre des matrices	439
12.1	Les matrices et les vecteurs	439
12.2	Les systèmes d'équations linéaires	443
12.3	L'addition matricielle	445
12.4	Algèbre des vecteurs	447
12.5	Le produit matriciel	450
12.6	Les règles de calcul du produit matriciel	456
12.7	La matrice transposée	463
12.8	Méthode d'élimination de Gauss	467
12.9	Interprétation géométrique des vecteurs	473
12.10	Les droites et les plans	482
13	Déterminants, matrices inverses et formes quadratiques	489
13.1	Les déterminants d'ordre 2	490
13.2	Les déterminants d'ordre 3	494
13.3	Les déterminants d'ordre n	499
13.4	Les propriétés de base des déterminants	503
13.5	Développement en cofacteurs	509
13.6	L'inverse d'une matrice	513
13.7	Une formule générale de l'inverse	519
13.8	La règle de Cramer	523
13.9	Le modèle de Leontief	527
13.10	Valeurs propres et vecteurs propres	532
13.11	Diagonalisation	539
13.12	Les formes quadratiques	544

14	Les fonctions de plusieurs variables	557
14.1	Les fonctions de deux variables	557
14.2	Les dérivées partielles des fonctions de deux variables	561
14.3	La représentation graphique	568
14.4	Les surfaces et la distance	575
14.5	Les fonctions de n variables	578
14.6	Les dérivées partielles des fonctions de plusieurs variables	583
14.7	Les ensembles convexes	588
14.8	Fonctions concaves et convexes	593
14.9	Des applications économiques	604
14.10	Les élasticités partielles	606
15	Les dérivées partielles en action	613
15.1	Règle de dérivation des fonctions composées	613
15.2	La dérivation des fonctions composées de plusieurs variables	620
15.3	La dérivation implicite le long d'une courbe de niveau	624
15.4	Surfaces de niveau	630
15.5	L'élasticité de substitution	634
15.6	Les fonctions homogènes de deux variables	636
15.7	Les fonctions homogènes et homothétiques	642
15.8	Les approximations du premier degré	648
15.9	Les différentielles	657
15.10	Les systèmes d'équations	662
15.11	Différentier des systèmes d'équations	666
16	Les intégrales multiples	677
16.1	Les intégrales doubles sur des rectangles finis	677
16.2	Des rectangles d'intégration infinis	684
16.3	Intégrale de fonctions non continues et autres extensions	685
16.4	Intégration sur plus de deux variables	688
17	Optimisation sans contraintes	689
17.1	Deux variables : conditions nécessaires	690
17.2	Deux variables : conditions suffisantes	695
17.3	Extrema locaux	700
17.4	Modèles du premier degré, objectifs du second degré	706
17.5	Le théorème des bornes atteintes	714
17.6	Fonctions de plus de deux variables	719
17.7	Statique comparative et théorème de l'enveloppe	725

18	Optimisation sous contraintes d'égalité	733
18.1	La méthode des multiplicateurs de Lagrange	733
18.2	Interprétation du multiplicateur de Lagrange	741
18.3	Plusieurs candidats à la solution	745
18.4	Pourquoi la méthode des multiplicateurs de Lagrange marche	747
18.5	Conditions suffisantes	752
18.6	Variabes et contraintes supplémentaires	756
18.7	Statique comparative	763
19	Programmation linéaire	771
19.1	Une approche graphique	772
19.2	Introduction à la dualité	778
19.3	Le théorème de dualité	783
19.4	Une interprétation économique générale	788
19.5	Conditions de complémentarité	790
20	Programmation non linéaire	799
20.1	Deux variables et une contrainte	799
20.2	Plusieurs variables et contraintes d'inégalité	806
20.3	Les contraintes de positivité	814
	Annexe	823
	Bibliographie	825
	Index	827